

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования



**Пермский национальный исследовательский
политехнический университет**

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной
деятельности

 А.Б. Петроченков

« 12 » января 20 23 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина: Основы вариационного исчисления
(наименование)

Форма обучения: очная
(очная/очно-заочная/заочная)

Уровень высшего образования: бакалавриат
(бакалавриат/специалитет/магистратура)

Общая трудоёмкость: 108 (3)
(часы (ЗЕ))

Направление подготовки: 15.03.03 Прикладная механика
(код и наименование направления)

Направленность: Прикладная механика (общий профиль, СУОС)
(наименование образовательной программы)

1. Общие положения

1.1. Цели и задачи дисциплины

Как известно из курса дифференциального исчисления, вопрос отыскания экстремумов гладкой функции сводится к исследованию нулей ее производной; более того, введению самого понятия производной как раз и способствовали попытки решения задач на отыскание наибольшего и наименьшего значения функции. Аппарат дифференцирования оказался простым, универсальным и эффективным методом, с помощью которого удается решать практически любые задачи на экстремум.

Метод решения задач на экстремум для отображений более общей природы, чем функции, и составляет суть классического вариационного исчисления. Основными математическими средствами исследования этих задач служит общая теория обыкновенных дифференциальных уравнений (в особенности, краевые задачи). Цель дисциплины – ознакомиться с основными идеями и методами решения экстремальных задач на примере классических задач вариационного исчисления.

1.2. Изучаемые объекты дисциплины

- математические модели физических процессов, возникающие при решении задач на отыскание наибольших и наименьших значений (кратчайшее расстояние и время, минимум энергии, принцип наименьшего действия);
- интегральные функционалы, достигающие экстремума на заданных множествах функций;
- уравнения и системы дифференциальных уравнений с заданными начальными и (или) граничными условиями

1.3. Входные требования

Предшествующие дисциплины: Математика (семестры 1, 2, 3)

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Компетенция	Индекс индикатора	Планируемые результаты обучения по дисциплине (знать, уметь, владеть)	Индикатор достижения компетенции, с которым соотнесены планируемые результаты обучения	Средства оценки
ОПК-1	ИД-1ОПК-1	Знать суть экстремальных принципов как глобальных принципов естествознания и место дисциплины в общей структуре математических и естественно-научных дисциплин.	Знает основные законы естественнонаучных и инженерных дисциплин, методы математического анализа и моделирования.	Зачет

Компетенция	Индекс индикатора	Планируемые результаты обучения по дисциплине (знать, уметь, владеть)	Индикатор достижения компетенции, с которым соотнесены планируемые результаты обучения	Средства оценки
ОПК-1	ИД-2ОПК-1	Уметь самостоятельно строить математические модели прикладных задач на экстремум и применять к решению поставленных экстремальных задач соответствующий математический аппарат.	Умеет применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности.	Индивидуальное задание
ОПК-1	ИД-3ОПК-1	Владеть необходимым набором навыков для более глубокого самостоятельного изучения теории оптимизации и смежных дисциплин.	Владеет методами естественнонаучных и общеинженерных дисциплин.	Отчёт по практическому занятию
ОПК-11	ИД-1ОПК-11	Знать постановку прикладных задач оптимизации в виде вариационных задач на исследование экстремумов соответствующих функционалов.	Знает проблемы и задачи прикладной механики	Зачет
ОПК-11	ИД-2ОПК-11	Уметь интерпретировать полученные решения вариационных задач в терминах исходной прикладной задачи; проводить количественный и качественный анализ полученных решений.	Умеет решать задачи прочности, динамики, надежности с привлечением физико-математического аппарата	Индивидуальное задание
ОПК-11	ИД-3ОПК-11	Владеть принципами построения математических моделей и сведением их к задачам вариационного исчисления и математическим аппаратом решения вариационных задач.	Владеет навыками применения компьютерных технологий для решения задач прикладной механики	Отчёт по практическому занятию

3. Объем и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов	Распределение по семестрам в часах	
		Номер семестра	
		4	
1. Проведение учебных занятий (включая проведение текущего контроля успеваемости) в форме:	50	50	
1.1. Контактная аудиторная работа, из них:			
- лекции (Л)	24	24	
- лабораторные работы (ЛР)			
- практические занятия, семинары и (или) другие виды занятий семинарского типа (ПЗ)	24	24	
- контроль самостоятельной работы (КСР)	2	2	
- контрольная работа			
1.2. Самостоятельная работа студентов (СРС)	58	58	
2. Промежуточная аттестация			
Экзамен			
Дифференцированный зачет			
Зачет	9	9	
Курсовой проект (КП)			
Курсовая работа (КР)			
Общая трудоемкость дисциплины	108	108	

4. Содержание дисциплины

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
4-й семестр				
Основные понятия и общие принципы вариационного исчисления	6	0	5	12
Тема 1. Предмет вариационного исчисления. Задачи, приводящие к вариационному исчислению. Классические задачи вариационного исчисления: задача Дидоны, задача о геодезических линиях, задача о брахистохроне. Тема 2. Вариация функционала. Необходимое условие существования экстремума функционала.				

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
Вариационная задача с закрепленными границами	8	0	8	18
Тема 3. Простейшая задача вариационного исчисления на плоскости. Основная лемма вариационного исчисления. Уравнение Эйлера. Тема 4. Интегральные функционалы, зависящие от векторной функции. Система уравнений Эйлера. Интегральные функционалы, зависящие от производных высших порядков. Уравнение Эйлера–Пуассона. Тема 5. Функционалы от функций, содержащих два и более аргументов. Уравнение Остроградского–Эйлера. Тема 6. Приложение вариационных методов к задачам механики. Принцип Гамильтона.				
Обобщения основной вариационной задачи	4	0	5	12
Тема 7. Функционалы с подвижными концевыми точками. Условие трансверсальности. Задача навигации. Тема 8. Вариационные задачи на условный экстремум. Метод множителей Лагранжа. Изопериметрическая задача.				
Достаточные условия экстремума	6	0	6	16
Тема 9. Вторая вариация функционала и ее свойства. Вторая вариация интегрального функционала. Достаточные условия экстремума интегрального функционала в терминах второй вариации. Тема 10. Условие Лежандра. Уравнение Якоби, условие Якоби. Достаточное условие максимума (минимума) интегрального функционала. Тема 11. Дальнейшее развитие вариационного исчисления. Вариационное исчисление как раздел функционального анализа. Современные методы (аналитические и численные) решения вариационных задач.				
ИТОГО по 4-му семестру	24	0	24	58
ИТОГО по дисциплине	24	0	24	58

Тематика примерных практических занятий

№ п.п.	Наименование темы практического (семинарского) занятия
1	Первая вариация интегрального функционала. Вариационные задачи с закрепленными границами. Уравнение Эйлера.
2	Пять интегрируемых случаев уравнения Эйлера.
3	Системы уравнений Эйлера.

№ п.п.	Наименование темы практического (семинарского) занятия
4	Уравнение Эйлера–Пуассона.
5	Задача о брахистохроне и ее обобщения. Задача о теле вращения с наименьшей площадью поверхности.
6	Вариационные задачи с вертикальными границами. Задача навигации.
7	Вариационные задачи с произвольными подвижными границами. Условие трансверсальности.
8	Вариационные задачи на условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.
9	Изопериметрические задачи. Задача Дидоны и ее обобщения.
10	Вторая вариация интегрального функционала. Условие Якоби.
11	Полное исследование интегральных функционалов на экстремум. Проверка достаточных условий максимума (минимума).

5. Организационно-педагогические условия

5.1. Образовательные технологии, используемые для формирования компетенций

Проведение лекционных занятий по дисциплине основывается на активном методе обучения, при котором учащиеся не пассивные слушатели, а активные участники занятия, отвечающие на вопросы преподавателя. Вопросы преподавателя нацелены на активизацию процессов усвоения материала, а также на развитие логического мышления. Преподаватель заранее намечает список вопросов, стимулирующих ассоциативное мышление и установление связей с ранее освоенным материалом.

Практические занятия проводятся на основе реализации метода обучения действием: определяются проблемные области, формируются группы. При проведении практических занятий преследуются следующие цели: применение знаний отдельных дисциплин и креативных методов для решения проблем и принятия решений; отработка у обучающихся навыков командной работы, межличностных коммуникаций и развитие лидерских качеств; закрепление основ теоретических знаний.

5.2. Методические указания для обучающихся по изучению дисциплины

При изучении дисциплины обучающимся целесообразно выполнять следующие рекомендации:

1. Изучение учебной дисциплины должно вестись систематически.
2. После изучения какого-либо раздела по учебнику или конспектным материалам рекомендуется по памяти воспроизвести основные термины, определения, понятия раздела.
3. Особое внимание следует уделить выполнению отчетов по практическим занятиям, лабораторным работам и индивидуальным комплексным заданиям на самостоятельную работу.
4. Вся тематика вопросов, изучаемых самостоятельно, задается на лекциях преподавателем. Им же даются источники (в первую очередь вновь изданные в периодической научной литературе) для более детального понимания вопросов, озвученных на лекции.

6. Перечень учебно-методического и информационного обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Печатная учебно-методическая литература

№ п/п	Библиографическое описание (автор, заглавие, вид издания, место, издательство, год издания, количество страниц)	Количество экземпляров в библиотеке
1. Основная литература		
1	Абдрахманов В. Г., Рабчук А. В. Элементы вариационного исчисления и оптимального управления. Теория, задачи, индивидуальные задания : учебное пособие. 2-е изд., испр. Санкт-Петербург [и др.] : Лань, 2021. 111 с. 5,88 усл. печ. л.	21
2	Высшая математика в упражнениях и задачах с решениями. Ч. 2. Москва : Оникс, 2008. 448 с.	46
2. Дополнительная литература		
2.1. Учебные и научные издания		
1	Азбелев Н.В., Култышев С.Ю., Цалюк В.З. Функционально-дифференциальные уравнения и вариационные задачи. М. Ижевск : Ин-т компьют. исслед. : Регуляр. и хаотическая динамика, 2006. 121 с.	8
2	Панов В. А. Математические основы теории систем. Методы оптимизации : учебное пособие для вузов. 2-е изд., перераб. и доп. Пермь : ПНИПУ, 2011. 147 с. 9,5 усл. печ. л.	38
3	Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление : учебник для вузов. 5-е изд. Москва : УРСС, 2002. 319 с.	70
2.2. Периодические издания		
	Не используется	
2.3. Нормативно-технические издания		
	Не используется	
3. Методические указания для студентов по освоению дисциплины		
	Не используется	
4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студента		
	Не используется	

6.2. Электронная учебно-методическая литература

Вид литературы	Наименование разработки	Ссылка на информационный ресурс	Доступность (сеть Интернет / локальная сеть; авторизованный / свободный доступ)
Дополнительная литература	Гараев К. Г. Элементы математической? физики, вариационного исчисления и оптимального управления / К.Г. Гараев. - Казань: КНИТУ-КАИ, 2017.	https://elib.pstu.ru/Record/lanRU-LAN-BOOK-193453	локальная сеть; авторизованный доступ
Дополнительная литература	Тракимус Ю. В. Основы вариационного исчисления / Ю. В. Тракимус, Д. В. Вагин. - Новосибирск: НГТУ, 2016.	https://e.lanbook.com/book/18286	сеть Интернет; авторизованный доступ

6.3. Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, используемое при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Вид ПО	Наименование ПО
Операционные системы	Windows 10 (подп. Azure Dev Tools for Teaching)
Офисные приложения.	Microsoft Office Professional 2007. лиц. 42661567

6.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Наименование	Ссылка на информационный ресурс
База данных научной электронной библиотеки (eLIBRARY.RU)	https://elibrary.ru/
Научная библиотека Пермского национального исследовательского политехнического университета	http://lib.pstu.ru/
Электронно-библиотечная система Лань	https://e.lanbook.com/
Электронно-библиотечная система IPRbooks	http://www.iprbookshop.ru/
Информационные ресурсы Сети КонсультантПлюс	http://www.consultant.ru/

7. Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине

Вид занятий	Наименование необходимого основного оборудования и технических средств обучения	Количество единиц
Лекция	Мультимедиа-проектор	1
Лекция	Ноутбук	1
Практическое занятие	Мультимедиа-проектор	1
Практическое занятие	Ноутбук	1

8. Фонд оценочных средств дисциплины

Описан в отдельном документе
